वर्ग और वर्गमूल (परिचय)

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» वर्ग का क्षेत्रफल और वर्ग संख्या की परिभाषा

प्रश्न 1 (आसान). संख्या 6 का वर्ग ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 36

प्रश्न 2 (आसान). अगर एक वर्ग की भुजा 8 मीटर है, तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा?
उत्तर – 64 वर्ग मीटर

प्रश्न 3 (मध्यम). क्या 20 एक वर्ग संख्या है? अपने उत्तर का कारण बताओ।
उत्तर – नहीं, क्योंकि कोई भी पूर्णांक संख्या ऐसी नहीं है जिसे स्वयं से गुणा करने पर 20 आए। (जैसे 4x4=16 और 5x5=25)

प्रश्न 4 (कठिन). एक वर्ग का क्षेत्रफल 81 वर्ग सेंटीमीटर है। उसकी एक भुजा की लंबाई क्या होगी?
उत्तर – 9 सेंटीमीटर

» पूर्ण वर्ग संख्याएँ

प्रश्न 5 (आसान). क्या 49 एक पूर्ण वर्ग संख्या है?
उत्तर – हाँ

प्रश्न 6 (आसान). क्या 10 एक पूर्ण वर्ग संख्या है?
उत्तर – नहीं

प्रश्न 7 (मध्यम). 100 और 150 के बीच की पूर्ण वर्ग संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
उत्तर – 121, 144

प्रश्न 8 (कठिन). कोई भी तीन संख्याएँ लिखिए जो पूर्ण वर्ग संख्याएँ नहीं हैं।
उत्तर – 2, 3, 5 (कोई भी ऐसी संख्या जिसका वर्गमूल पूर्णांक न हो)

» वर्ग संख्याओं के अंतिम अंक (इकाई स्थान)

प्रश्न 9 (आसान). क्या संख्या 121 एक पूर्ण वर्ग संख्या हो सकती है?
उत्तर – हाँ, क्योंकि इसका इकाई अंक 1 है।

प्रश्न 10 (आसान). क्या संख्या 492 एक पूर्ण वर्ग संख्या हो सकती है?
उत्तर – नहीं, क्योंकि इसका इकाई अंक 2 है।

प्रश्न 11 (मध्यम). नीचे दी गई संख्याओं में से कौन सी संख्या पूर्ण वर्ग होने की संभावना नहीं रखती है: 64, 73, 81, 100?
उत्तर – 73, क्योंकि इसका इकाई अंक 3 है।

प्रश्न 12 (कठिन). एक संख्या जिसका इकाई अंक 6 है, क्या वह पूर्ण वर्ग संख्या हो सकती है? उदाहरण के साथ समझाओ।
उत्तर – हाँ, जिसका इकाई अंक 6 हो, वो पूर्ण वर्ग संख्या हो सकती है। जैसे, 4 का वर्ग 16 होता है (इकाई अंक 6) और 6 का वर्ग 36 होता है (इकाई अंक 6)।

» इकाई अंक से वर्ग संख्या की जांच

प्रश्न 13 (आसान). क्या 189 के इकाई अंक को देखकर कह सकते हैं कि यह पूर्ण वर्ग है?
उत्तर – नहीं, 9 इकाई अंक होने से यह पूर्ण वर्ग हो सकती है।

प्रश्न 14 (आसान). क्या 567 के इकाई अंक को देखकर कह सकते हैं कि यह पूर्ण वर्ग नहीं है?
उत्तर – हाँ, 7 इकाई अंक होने से यह पूर्ण वर्ग नहीं है।

प्रश्न 15 (मध्यम). कौन सी संख्याएँ 'पूर्ण वर्ग हो सकती हैं' और कौन सी 'निश्चित रूप से पूर्ण वर्ग नहीं हैं' उनके इकाई अंक के आधार पर छाँटिए: 144, 252, 361, 483, 529
उत्तर – हो सकती हैं: 144 (इकाई अंक 4), 361 (इकाई अंक 1), 529 (इकाई अंक 9)। निश्चित रूप से नहीं हैं: 252 (इकाई अंक 2), 483 (इकाई अंक 3)।

प्रश्न 16 (कठिन). एक संख्या का वर्ग करने पर इकाई अंक 6 आता है। बताओ उस संख्या का इकाई अंक क्या हो सकता है?
उत्तर – जिस संख्या का वर्ग किया गया है, उसका इकाई अंक 4 या 6 हो सकता है।

» इकाई अंक के आधार पर वर्ग के इकाई अंक का अनुमान

प्रश्न 17 (आसान). संख्या 1234 के वर्ग का इकाई अंक क्या होगा?
उत्तर – 6

प्रश्न 18 (आसान). संख्या 9106 के वर्ग का इकाई अंक क्या होगा?
उत्तर – 6

प्रश्न 19 (मध्यम). संख्या 52698 के वर्ग का इकाई अंक क्या होगा?
उत्तर – 4

प्रश्न 20 (कठिन). निम्नलिखित में से किस संख्या के वर्ग का इकाई अंक 1 होगा: 17, 29, 31, 44?
उत्तर – 29 और 31

» वर्ग संख्याओं में शून्यों की संख्या

प्रश्न 21 (आसान). संख्या 40 के वर्ग में कितने शून्य होंगे?
उत्तर – 2 शून्य

प्रश्न 22 (आसान). संख्या 900 के वर्ग में कितने शून्य होंगे?
उत्तर – 4 शून्य

प्रश्न 23 (मध्यम). अगर किसी संख्या के वर्ग में 8 शून्य हैं, तो मूल संख्या में कितने शून्य थे?
उत्तर – 4 शून्य

प्रश्न 24 (कठिन). संख्या 25000 के वर्ग में कितने शून्य होंगे?
उत्तर – 6 शून्य

» सम और विषम संख्याओं के वर्गों के गुणधर्म

प्रश्न 25 (आसान). क्या 17 का वर्ग सम होगा या विषम?
उत्तर – विषम

प्रश्न 26 (आसान). क्या 30 का वर्ग सम होगा या विषम?
उत्तर – सम

प्रश्न 27 (मध्यम). बिना वर्ग निकाले बताओ, 789 का वर्ग सम होगा या विषम?
उत्तर – विषम, क्योंकि 789 एक विषम संख्या है।

प्रश्न 28 (कठिन). अगर किसी संख्या का वर्ग 144 है, तो वह मूल संख्या सम थी या विषम?

उत्तर – सम, क्योंकि 144 एक सम संख्या है, तो उसका वर्गमूल (original number) भी सम ही होगा।

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. संख्या 7 का वर्ग ज्ञात कीजिए।

› वर्ग संख्या का मतलब होता है उस संख्या को स्वयं से गुणा करना।

› यहाँ संख्या 7 है, तो हम 7 को 7 से गुणा करेंगे।

› यानी 7 × 7।

उत्तर – 7 का वर्ग 49 है।

उदाहरण 2. क्या 36 एक पूर्ण वर्ग संख्या है? बताइए कैसे।

› सबसे पहले, हम यह देखने की कोशिश करेंगे कि क्या कोई ऐसी पूरी संख्या है जिसे उसी संख्या से गुणा करने पर 36 मिलता है।

› हम संख्याओं को एक-एक करके गुणा करते हैं: 1x1=1, 2x2=4, 3x3=9, 4x4=16, 5x5=25, 6x6=36।

› हाँ, हमें 6 मिल गया। जब 6 को 6 से गुणा करते हैं, तो 36 मिलता है।

› इसका मतलब है कि 36 का वर्गमूल 6 है, जो कि एक पूरी संख्या है।

उत्तर – हाँ, 36 एक पूर्ण वर्ग संख्या है क्योंकि यह 6 का वर्ग (6x6) है।

उदाहरण 3. क्या संख्या 347 कभी एक पूर्ण वर्ग संख्या हो सकती है? क्यों या क्यों नहीं?

› पहला कदम: संख्या 347 के इकाई अंक को पहचानो।

› दूसरा कदम: इकाई अंक 7 है।

› तीसरा कदम: हमने सीखा है कि जिन संख्याओं के इकाई स्थान पर 2, 3, 7 या 8 आता है, वे कभी भी पूर्ण वर्ग संख्याएँ नहीं हो सकतीं।

› चौथा कदम: क्योंकि 347 का इकाई अंक 7 है, इसलिए यह पूर्ण वर्ग संख्या नहीं हो सकती।

उत्तर – नहीं, 347 एक पूर्ण वर्ग संख्या नहीं हो सकती, क्योंकि इसका इकाई अंक 7 है।

उदाहरण 4. क्या संख्या 1225 एक पूर्ण वर्ग संख्या है? केवल इकाई अंक देखकर बताओ।

› देखो, संख्या है 1225।

› इसका इकाई अंक क्या है? पाँच (5) है।

› हमने सीखा है कि अगर किसी संख्या के इकाई अंक में 5 हो, तो वह पूर्ण वर्ग हो सकती है।

› तो हम कहेंगे, 'हाँ, 1225 के इकाई अंक में 5 है, इसलिए यह एक पूर्ण वर्ग संख्या हो सकती है।'

› यह सिर्फ एक संभावना है, यह पक्का नहीं करता कि यह पूर्ण वर्ग है ही। असल में 1225, 35 का वर्ग है, पर ये हमें सिर्फ इकाई अंक से नहीं पता चलता।

उत्तर – हाँ, 1225 के इकाई अंक में 5 है, इसलिए यह एक पूर्ण वर्ग संख्या हो सकती है।

उदाहरण 5. संख्या 26387 के वर्ग का इकाई अंक क्या होगा?

› सबसे पहले, संख्या 26387 का इकाई अंक देखें।

› इकाई अंक 7 है।

› अब, हम 7 का वर्ग करेंगे। 7 x 7 = 49 होता है।

› 49 का इकाई अंक 9 है।

› इसलिए, संख्या 26387 के वर्ग का इकाई अंक 9 होगा।

उत्तर – 9

उदाहरण 6. संख्या 7000 के वर्ग में शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।

› पहले संख्या 7000 के अंत में शून्यों की संख्या पता करें।
› 7000 के अंत में 3 शून्य हैं।
› अब इस शून्यों की संख्या को दुगना करें, क्योंकि वर्ग करने पर शून्य दुगने हो जाते हैं।
› 3 का दुगना होता है 3 x 2 = 6।
› तो, 7000 के वर्ग में 6 शून्य होंगे।

उत्तर – 7000 के वर्ग में 6 शून्य होंगे।

उदाहरण 7. बताओ, 28 और 45 के वर्गों में कौन सी संख्या सम होगी और कौन सी विषम?

› पहले संख्या 28 को देखो। 28 एक सम संख्या है क्योंकि यह 2 से पूरी तरह विभाजित होती है।
› तो, नियम के अनुसार, सम संख्या का वर्ग हमेशा सम ही होता है।
› अब संख्या 45 को देखो। 45 एक विषम संख्या है क्योंकि यह 2 से पूरी तरह विभाजित नहीं होती।
› नियम के अनुसार, विषम संख्या का वर्ग हमेशा विषम ही होता है।

उत्तर – 28 का वर्ग सम होगा और 45 का वर्ग विषम होगा।

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए महत्वपूर्ण है क्योंकि यह वर्गमूल और अन्य संबंधित विषयों का आधार बनती है।
• बोर्ड परीक्षा में अक्सर छोटी संख्याओं के पूर्ण वर्ग पहचानने या किन्हीं दो संख्याओं के बीच की पूर्ण वर्ग संख्याएँ ज्ञात करने के सवाल आते हैं।
• बोर्ड परीक्षा में ऐसे प्रश्न आते हैं जहाँ आपको संख्याओं के इकाई अंक देखकर बताना होता है कि कौन सी संख्या पूर्ण वर्ग हो सकती है या नहीं। यह एक सीधा सवाल होता है, ध्यान से पहचान करके पूरे अंक ले सकते हो।
• बोर्ड परीक्षा में ऐसे प्रश्न आ सकते हैं जहाँ आपको संख्याओं का इकाई अंक देखकर बताना होगा कि कौन सी संख्या पूर्ण वर्ग है या नहीं। यह एक तेज़ तरीका है उत्तर देने का।
• यह छोटा सा कांसेप्ट परीक्षा में एक नंबर के वस्तुनिष्ठ प्रश्न (objective question) के रूप में अक्सर पूछा जाता है।
• यह नियम सीधे प्रश्नों में या बड़े वर्गमूल के सवालों में शून्यों को गिनने में बहुत मददगार होता है, इसलिए इसे अच्छे से याद रखें।
• एक नंबर के प्रश्नों में अक्सर ऐसी संख्याएँ दी जाती हैं और पूछा जाता है कि वर्ग सम होगा या विषम। सिर्फ संख्या देखकर तुरंत सही उत्तर देना सीखो!

एक नज़र में रिवीज़न

› वर्ग = भुजा × भुजा; वर्ग संख्या = संख्या को स्वयं से गुणा करना।
› पूर्ण वर्ग संख्या = किसी पूर्ण संख्या का वर्ग (जैसे 4=2x2).
› पूर्ण वर्ग के अंतिम अंक: 0, 1, 4, 5, 6, 9. कभी नहीं: 2, 3, 7, 8.
› इकाई अंक 0, 1, 4, 5, 6, 9 वर्ग हो सकता है; 2, 3, 7, 8 वर्ग नहीं।
› मूल संख्या के इकाई अंक से वर्ग के इकाई अंक का अनुमान।
› संख्या में 'n' शून्य तो वर्ग में '2n' शून्य होंगे।
› सम का वर्ग सम, विषम का वर्ग विषम।